**Nerreter, Grundlagen der Elektrotechnik**
Carl Hanser Verlag München

# 1 Grundbegriffe

**Aufgabe 1.7**
An welcher höchsten Spannung darf ein Widerstand 1 kΩ betrieben werden, wenn die Leistung 1 W nicht überschritten werden soll?

**Aufgabe 1.8**
Ein Kupferdraht mit dem Querschnitt 10 mm$^2$ soll durch einen Aluminiumdraht mit gleichem Widerstand ersetzt werden. Welchen Querschnitt muss dieser Draht erhalten?

**Aufgabe 1.9**
Die historische Gleichstrom-Übertragung von Miesbach nach München (s. Aufgabe 2.17) erfolgte über eine Telegrafenleitung mit dem Widerstand 3 kΩ. Die Länge der Leitung betrug 57 km. Die Leitfähigkeit des Metalldrahtes wollen wir grob auf 50 S m/mm$^2$ schätzen (es gab damals noch kein Elektrolytkupfer). Leider wird nicht berichtet, ob die Telegrafenleitung eine Eindrahtleitung (mit Erdrückleitung) oder eine Zweidrahtleitung war. Berechnen Sie für beide Fälle den Querschnitt der Leitung und nehmen Sie die Erdrückleitung näherungsweise als widerstandslos an.

**Aufgabe 1.10**
Welchen Spannungsfall je km Leitungslänge weist eine Aluminiumleitung auf, die bei der Stromdichte $J = 1{,}2$ A/mm$^2$ betrieben wird?

**Aufgabe 1.11**
Welchen Widerstand hat ein 10 cm langer Zylinder aus Chromnickel Ni80 Cr20 mit Kreisquerschnitt (Durchmesser 7 mm) zwischen den beiden Kreisflächen?

**Aufgabe 1.12**
Um welchen Faktor ist der Widerstand eines Kupferdrahtes bei 70 °C höher als bei 20 °C?

**Aufgabe 1.13**
Mit einem Draht aus einem unbekannten Widerstandsmaterial werden drei Versuche durchgeführt:

1. Bei der Temperatur 20 °C des Drahtes wird der Widerstand $R_{20} = 160\ \Omega$ gemessen.
2. Bei der Temperatur 80 °C des Drahtes wird der Widerstand $R_{80} = 195{,}4\ \Omega$ gemessen.
3. Bei der Temperatur 150 °C des Drahtes wird der Widerstand $R_{150} = 238{,}3\ \Omega$ gemessen.

Berechnen Sie die Temperaturkoeffizienten $\alpha_{20}$ und $\beta_{20}$ des Drahtmaterials.

**Aufgabe 1.14**
In der Aufgabe 1.6 sind die Temperaturkoeffizienten $\alpha_0$ und $\beta_0$ von Platin angegeben. Berechnen Sie die Temperaturkoeffizienten $\alpha_{20}$ und $\beta_{20}$ dieses Leitermaterials.

**Aufgabe 1.15**
Von einer linearen Quelle mit der Kennlinie nach Bild 1.22 ist bekannt, dass sie bei $U = 2$ V den Strom $I = -2$ A und bei der Spannung $U = 4$ V den Strom $I = -1{,}5$ A führt. Welche Leerlaufspannung und welchen Kurzschlussstrom hat diese Quelle? Berechnen Sie außerdem den Innenwiderstand.

**Aufgabe 1.16**
Der NiCd-Akkumulator aus den Aufgaben 1.1 und 1.2 soll mit der Stromstärke 1 A geladen werden. Welche Spannung muss dabei an den Klemmen liegen?

**Aufgabe 1.17**
Das Leiterseil einer Hochspannungsleitung besteht aus 26 Aluminiumdrähten, von denen jeder den Querschnitt 9,23 mm$^2$ hat. Welchen Widerstand hat 1 km dieses Leiterseils bei der Temperatur 60 °C?

**Aufgabe 1.18**
Die Wicklung eines Motors besteht aus Kupferdraht mit dem Durchmesser 0,5 mm und hat bei 32 °C den Widerstand 24,8 Ω. Wie viele Meter Draht sind in der Wicklung untergebracht?

**Lösung 1.7**
Die Gl. (1.27) wird nach der Spannung aufgelöst:

$$U_{max} = \sqrt{P\,R} = 31{,}62 \text{ V}$$

**Lösung 1.8**
Die Leitungen haben die gleiche Länge $l$ und es ist $R_{Al} = R_{Cu}$. Die Gl. (1.33) ergibt:

$$\gamma_{Al}\,A_{Al} = \gamma_{Cu}\,A_{Cu}$$

Mit den Werten aus der Tab. (1.3) wird berechnet:

$$A_{Al} = \gamma_{Cu}\,A_{Cu}/\gamma_{Al} = 16 \text{ mm}^2$$

**Lösung 1.9**
Für die Eindrahtleitung setzen wir $l = 57$ km an:

$$A = \frac{l}{\gamma\,R} = 0{,}38 \text{ mm}^2$$

Entsprechend berechnen wir den Querschnitt der Zweidrahtleitung:

$$A = \frac{2\,l}{\gamma\,R} = 0{,}76 \text{ mm}^2$$

**Lösung 1.10**
Wir setzen die Gl. (1.13) in die Gl. (1.33) ein und berechnen mit $\gamma = 35$ S m/mm² (Tab. 1.3) für $l = 1$ km:

$$U = \frac{l\,J}{\gamma} = 34{,}3 \text{ V}$$

**Lösung 1.11**
Mit der Länge $l = 0{,}1$ m und der Querschnittsfläche $A = 38{,}485$ mm² sowie $\gamma = 0{,}91$ S m/mm² (Tab. 1.3) ergibt die Gl. (1.33):

$$R = 2{,}855 \text{ m}\Omega$$

**Lösung 1.12**
Mit der Gl. (1.35) berechnen wir für die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta = \vartheta - 20\,°\text{C} = 50$ K:

$$\frac{R_\vartheta}{R_{20}} = 1 + \alpha_{20}\,\Delta\vartheta + \beta_{20}\,\Delta\vartheta^2 = 1{,}1975 \approx 1{,}2$$

**Lösung 1.13**
Für die 2. Messung setzen wir mit $\Delta\vartheta = \vartheta - 20\,°\text{C} = 60$ K an:

$$\frac{R_\vartheta}{R_{20}} - 1 = \alpha_{20}\,\Delta\vartheta + \beta_{20}\,\Delta\vartheta^2 = 0{,}22125$$

Für die 3. Messung setzen wir mit $\Delta\vartheta = \vartheta - 20\,°\text{C} = 130$ K an:

$$\frac{R_\vartheta}{R_{20}} - 1 = \alpha_{20}\,\Delta\vartheta + \beta_{20}\,\Delta\vartheta^2 = 0{,}4894$$

Das lineare Gleichungssystem

$$\alpha_{20} \cdot 60 \text{ K} + \beta_{20} \cdot (60 \text{ K})^2 = 0{,}22125$$
$$\alpha_{20} \cdot 130 \text{ K} + \beta_{20} \cdot (130 \text{ K})^2 = 0{,}4894$$

hat die Lösungen:

$$\alpha_{20} = 3{,}62 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$\beta_{20} = 1{,}1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2}$$

**Lösung 1.14**
Zunächst berechnen wir für $R_0 = 1\ \Omega$ die Widerstände $R_\vartheta$ für die Temperaturen 20 °C, 80 °C und 150 °C mit der entsprechend geänderten Gl. (1.35):

$$R_\vartheta = R_0\,[1 + \alpha_0\,\vartheta + \beta_0\,\vartheta^2]$$

Mit den Ergebnissen $R_{20} = 1{,}078\ \Omega$, $R_{80} = 1{,}309\ \Omega$ und $R_{150} = 1{,}573\ \Omega$ setzen wir wie in der Aufgabe 1.13 ein lineares Gleichungssystem an:

$$\alpha_{20} \cdot 60 \text{ K} + \beta_{20} \cdot (60 \text{ K})^2 = 0{,}2143$$
$$\alpha_{20} \cdot 130 \text{ K} + \beta_{20} \cdot (130 \text{ K})^2 = 0{,}4594$$

Dieses Gleichungssystem hat die Lösungen:

$$\alpha_{20} = 3{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$\beta_{20} = -0{,}54 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2}$$

```
% Kapitel 1, Aufgabe 14
clc;
syms A b z;
alpha0=3.90802e-3;
beta0=-0.580195e-6;
R0=1;
DT=20;
R20=R0*(1+alpha0*DT+beta0*DT^2)
DT1=80;
DT2=150;
R1=R0*(1+alpha0*DT1+beta0*DT1^2)
R2=R0*(1+alpha0*DT2+beta0*DT2^2)
DT1=DT1-20;
DT2=DT2-20;
b1=(R1/R20)-1;
b2=(R2/R20)-1;
A=[DT1 DT1^2; DT2 DT2^2];
b=[b1; b2];
z=linsolve(A, b);
alpha=z(1);
beta=z(2);
disp(['alpha20 = ',sprintf(' %2.4e',
alpha),' 1/K']);
disp(['beta20 = ',sprintf('%2.4e',
beta),' 1/K^2']);
```

**Lösung 1.15**
Die *I*-*U*-Kennlinie der linearen Quelle hat die Steigung:

$$G_\mathrm{i} = \frac{I_\mathrm{k}}{U_\mathrm{q}} = \frac{1}{R_\mathrm{i}} = \frac{-1{,}5\ \mathrm{A} - (-2\ \mathrm{A})}{4\ \mathrm{V} - 2\ \mathrm{V}} = 0{,}25\ \mathrm{S}$$

Mit der Gl. (1.38) berechnen wir den Innenwiderstand der Quelle:

$$R_\mathrm{i} = 4\ \Omega$$

Die Achsenabschnitte der *I*-*U*-Kennlinie sind $U_0 = 10\ \mathrm{V}$ und $-I_\mathrm{k} = -2{,}5\ \mathrm{A}$. Die Leerlaufspannung $U_0$ stimmt mit der Quellenspannung $U_\mathrm{q}$ überein und der Kurzschlussstrom ist $I_\mathrm{k} = 2{,}5\ \mathrm{A}$.

**Lösung 1.16**
Für die lineare *I*-*U*-Kennlinie nach Bild 1.22 setzen wir an:

$$I = G_\mathrm{i}\,(U - U_0)$$

Von dem NiCd-Akkumulator aus den Aufgaben 1.1 und 1.2 sind die Leerlaufspannung $U_0 = U_\mathrm{q} = 6\ \mathrm{V}$ und der Innenwiderstand $R_\mathrm{i} = 0{,}2\ \Omega$ bekannt.
Mit der Gl. (1.38) berechnen wir den Innenleitwert $G_\mathrm{i} = 1/R_\mathrm{i} = 5\ \mathrm{S}$ und setzen außerdem die Stromstärke $I = 1\ \mathrm{A}$ in die Gleichung für die *I*-*U*-Kennlinie ein. Damit erhalten wir:

$$I R_\mathrm{i} = 1\ \mathrm{A} \cdot 0{,}2\ \Omega = 0{,}2\ \mathrm{V} = U - 6\ \mathrm{V}$$

Bei der gesuchten Spannung $U = 6{,}2\ \mathrm{V}$ ist $P = UI > 0$ und der Akkumulator arbeitet als Verbraucher, d. h. er wird geladen.

**Lösung 1.17**
Die 26 Drähte haben zusammen den Querschnitt $A = 240\ \mathrm{mm}^2$. Dies setzen wir mit der Leitfähigkeit $\gamma_{20} = 35\ \mathrm{S\ m/mm^2}$ in die Gl. (1.33) ein und berechnen den Widerstand für die Temperatur 20 °C:

$$R_{20} = \frac{1000\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{mm}^2}{240\ \mathrm{mm}^2 \cdot 35\ \mathrm{S\ m}} = 119\ \mathrm{m}\Omega$$

Mit $\Delta\vartheta = \vartheta - 20\ °\mathrm{C} = 40\ \mathrm{K}$ und den Werten aus der Tab. 1.3 erhalten wir:

$$R_{60} = R_{20}\,(1 + \alpha_{20}\,\Delta\vartheta + \beta_{20}\,\Delta\vartheta^2) = 137{,}26\ \mathrm{m}\Omega$$

**Lösung 1.18**
Wir berechnen zunächst mit der Gl. (1.35) den Widerstand $R_{20} = 23{,}684\ \Omega$ und setzen dies und den Querschnitt $A = 0{,}19635\ \mathrm{mm}^2$ des Drahtes in die Gl. (1.33) ein; mit der Leitfähigkeit $\gamma_{20} = 56\ \mathrm{S\ m/mm^2}$ aus der Tab. 1.3 berechnen wir schließlich die Länge des Drahtes:

$$l = R_{20}\,\gamma_{20}\,A = 260{,}42\ \mathrm{m}$$