Drehfeld

Eine Drehfeldmaschine enthält drei Wicklungsstränge, die bei einer zweipoligen Maschine um jeweils 120° gegeneinander verdreht sind. In diesen Strängen fließen die Ströme $i_U = \hat{i}\cos(\omega t)$; $i_V = \hat{i}\cos(\omega t - 120°)$ und $i_W = \hat{i}\cos(\omega t + 120°)$. Werden die horizontale und die vertikale Achse im Bild formal als reelle und imaginäre Achse interpretiert, so lässt sich die Vektoraddition mathematisch als Addition komplexer Zahlen behandeln. Aus dem physikalischen Vektor $\vec{B}_U$ wird dadurch die komplexe Größe $\underline{B}_U$.
Jeder Strom erzeugt in seiner Wicklung eine zum Spulenstrom proportionale Flussdichte, die im Rotor die Richtung der Spulenachse annimmt. Mit der Konstanten c setzen wir an:

$$\underline{B}_U = c\,\hat{i}\cos(\omega t)\cdot e^{j0°}$$
$$\underline{B}_V = c\,\hat{i}\cos(\omega t - 120°)\cdot e^{-j120°}$$
$$\underline{B}_W = c\,\hat{i}\cos(\omega t + 120°)\cdot e^{j120°}$$

Die drei ortsfesten, aber zeitabhängigen Magnetfelder überlagern sich. Dementsprechend bilden wir die Summe der drei Flussdichtevektoren. Mit den Additionstheoremen und der EULERschen Gleichung ergibt sich:

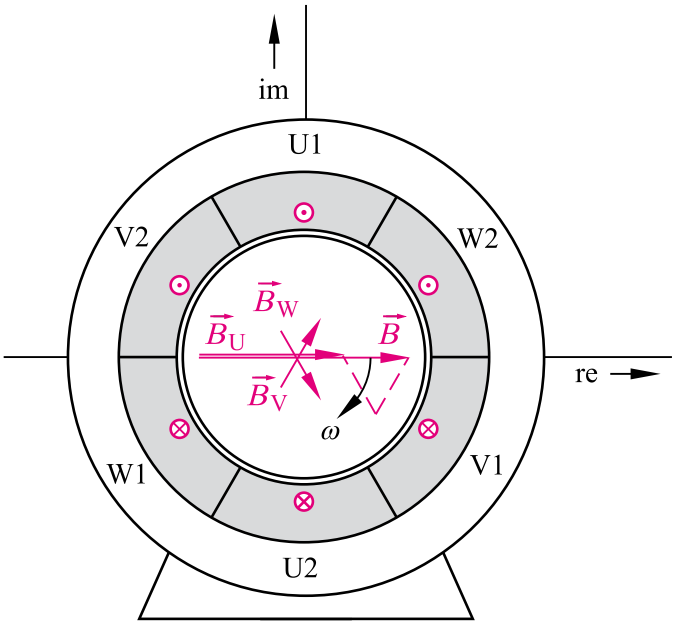

Bild: Flussdichtevektoren im Rotor für $t = 0$

$$\underline{B} = \underline{B}_U + \underline{B}_V + \underline{B}_W = 1{,}5\,c\,\hat{i}\cdot e^{-j\omega t}$$

Die drei ortsfesten, von Sinusströmen gespeisten Wicklungen haben die Wirkung einer mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Spule, in welcher der Gleichstrom $1{,}5\,\hat{i}$ fließt.

Erläuterungen

$$e^{j0°} = 1$$

$$e^{-j120°} = \cos 120° - j \sin 120° = -0{,}5 - j\,0{,}866$$

$$e^{j120°} = \cos 120° + j \sin 120° = -0{,}5 + j\,0{,}866$$

$$\cos(\omega t - 120°) = \cos \omega t \cdot \cos 120° + \sin \omega t \cdot \sin 120°$$

$$= -0{,}5 \cos \omega t + 0{,}866 \sin \omega t$$

$$\cos(\omega t + 120°) = \cos \omega t \cdot \cos 120° - \sin \omega t \cdot \sin 120°$$

$$= -0{,}5 \cos \omega t - 0{,}866 \sin \omega t$$

$$\underline{B} = \underline{B}_{\mathrm{U}} + \underline{B}_{\mathrm{V}} + \underline{B}_{\mathrm{W}}$$

$$\underline{B} = c\,\hat{i}\,\big[\cos \omega t + (-0{,}5 \cos \omega t + 0{,}866 \sin \omega t) \cdot (-0{,}5 - j\,0{,}866) + (-0{,}5 \cos \omega t - 0{,}866 \sin \omega t) \cdot (-0{,}5 + j\,0{,}866)\big]$$

$$\underline{B} = 1{,}5\, c\,\hat{i}\,(\cos \omega t - j \sin \omega t)$$