Aufgabe 6.32

1) Die Spule aus dem Beispiel 6.5 wird an Sinusspannung 15 V mit der Frequenz 50 Hz betrieben. Berechnen Sie die Wirk-, die Blind- und die Scheinleistung.

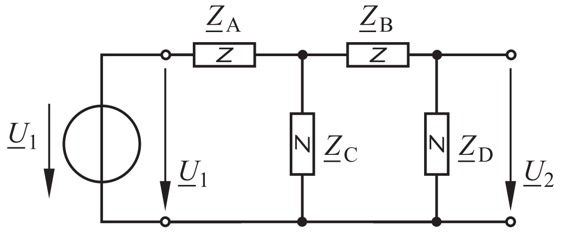
2) Der Spule wird ein Kondensator 47 µF parallel geschaltet, der als ideales kapazitives Eintor angesehen werden kann. Berechnen Sie den Wirk-, den Blind- und den Scheinwiderstand der Parallelschaltung für 50 Hz.

3) Berechnen Sie die Wirk-, die Blind- und die Scheinleistung der Parallelschaltung an 15 V für die Frequenz 50 Hz.

4) Berechnen Sie die Wirk-, die Blind- und die Scheinleistung der Parallelschaltung an 15 V für die Frequenz 400 Hz.

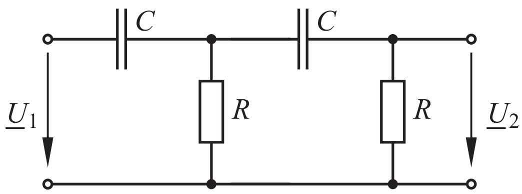
Aufgabe 6.33

Geben Sie allgemein (d. h. mit Formelzeichen) für den zweistufigen Spannungsteiler den Quotienten aus Ausgangs- und Eingangsspannung an.



Aufgabe 6.34

Geben Sie allgemein (d. h. mit Formelzeichen) für die Kettenschaltung aus zwei Hochpässen 1. Ordnung den Quotienten aus Ausgangs- und Eingangsspannung an. Bei welcher Frequenz ist die Ausgangsspannung um 90° gegen die Eingangsspannung verschoben? Berechnen Sie außerdem die Grenzfrequenz der Schaltung.



Lösung 6.32

1) Die Spule kann durch eine Reihenschaltung aus einem Grundeintor $R = 12\ \Omega$ und einem Grundeintor $L = 35$ mH ersetzt werden, durch die an 15 V Sinusspannung der Strom 0,92 A fließt. Die Scheinleistung ist:

$S = U\,I = 13{,}8$ VA

Mit $\tan\varphi = \omega L/R$ berechnen wir den Phasenverschiebungswinkel $\varphi = 42{,}5°$ und mit der Gl. (6.44) die Wirk- und die Blindleistung:

$P = S\cos\varphi = 10{,}175$ W; $Q = S\sin\varphi = 9{,}323$ var

2) Wir wandeln den komplexen Widerstand

$\underline{Z}_1 = R + \mathrm{j}\,\omega L = 12\ \Omega + \mathrm{j}\ 11{,}04\ \Omega$

in den Leitwert

$\underline{Y}_1 = 45{,}22\ \mathrm{mS} - \mathrm{j}\ 41{,}44\ \mathrm{mS}$

um und addieren den Leitwert $\mathrm{j}\,\omega C = \mathrm{j}\ 14{,}765$ mS des Kondensators:

$\underline{Y} = 45{,}22\ \mathrm{mS} - \mathrm{j}\ 26{,}675\ \mathrm{mS}$

Der Kehrwert hiervon ist:

$\underline{Z} = 16{,}393\ \Omega + \mathrm{j}\ 9{,}71666\ \Omega$

Die Parallelschaltung hat den Wirkwiderstand 16,4 Ω, den Blindwiderstand 9,72 Ω und den Scheinwiderstand $Z = 19{,}0567\ \Omega$. Die Schaltung wirkt induktiv.

3) Mit dem Effektivwert

$I = U/Z = 787{,}125$ mA

des Stromes berechnen wir die Wirkleistung

$P = R\,I^2 = 10{,}1565$ W

und die Blindleistung:

$Q = X\,I^2 = 6{,}02$ var

Die Scheinleistung beträgt 11,8 VA. Der Kondensator ändert zwar die Blind-, aber nicht die Wirkleistung.

4) Die Wirkleistung $P = 10{,}1565$ W ist unverändert; die Blindleistung $Q = -17{,}24$ var ist kapazitiv und die Scheinleistung ist $S = 20$ VA.

Lösung 6.33

Die komplexen Widerstände $\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$ und $\underline{Z}_C$ bilden eine T-Schaltung, deren $\underline{Z}$-Matrix wir entsprechend dem Ergebnis des Beispiels 2.14 ansetzen:

$$[\underline{Z}] = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_A + \underline{Z}_C & \underline{Z}_C \\ \underline{Z}_C & \underline{Z}_B + \underline{Z}_C \end{bmatrix}$$

Der komplexe Widerstand $\underline{Z}_D$, ist die Last, die in der Schaltung 6.31 mit R_L bezeichnet wird. Wir erweitern die erste Gleichung aus der Tab. 6.2 mit R_L und setzen die Zweitorparameter ein; außerdem setzen wir $\underline{Z}_D$ statt R_L ein und bilden die Determinante entsprechend Gl. (2.40):

$$\underline{T}_u = \frac{\underline{Z}_C\,\underline{Z}_D}{\underline{Z}_D(\underline{Z}_A + \underline{Z}_C) + (\underline{Z}_A + \underline{Z}_C)\cdot(\underline{Z}_B + \underline{Z}_C) - \underline{Z}_C^2}$$

Wir multiplizieren aus und fassen zusammen:

$$\underline{T}_u = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{Z}_C\,\underline{Z}_D}{(\underline{Z}_B + \underline{Z}_D)\cdot(\underline{Z}_A + \underline{Z}_C) + \underline{Z}_A\,\underline{Z}_C}$$

Lösung 6.34

Die Schaltung hat den gleichen Aufbau wie die Schaltung der Aufgabe 6.33. Wir setzen $\underline{Z}_C = R$ und $\underline{Z}_D = R$ sowie $\underline{Z}_A = 1/(\mathrm{j}\,\omega C)$ und $\underline{Z}_B = 1/(\mathrm{j}\,\omega C)$ in die Gleichung ein, die als Ergebnis der Aufgabe 6.33 steht:

$$\underline{T}_u = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R^2}{\left(R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)^2 + \frac{R}{\mathrm{j}\omega C}}$$

Für $\omega \to \infty$ ist $\underline{T}_u = 1$. Wir erweitern die Gleichung für $\underline{T}_u = f(\omega)$ mit $\mathrm{j}\,\omega C/R$:

$$\underline{T}_u = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\mathrm{j}\omega CR}{3 + \mathrm{j}\left(\omega CR - \frac{1}{\omega CR}\right)}$$

Für $\omega = 1/(CR)$ ist der Nenner reell und es gilt:

$$\underline{U}_2 = \mathrm{j}\,\frac{\underline{U}_1}{3}$$

Bei der Kreisfrequenz $\omega = 1/(CR)$ eilt die Ausgangsspannung der Eingangsspannung um 90° vor und es ist $U_2 = U_1/3$.

Zur Berechnung der Grenzfrequenz formen wir die Gleichung für den Spannungsübertragungsfaktor so um, dass der Zähler gleich 1 ist:

$$\underline{T}_u = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1}{1 - \frac{1}{(\omega CR)^2} - \mathrm{j}\,\frac{3}{\omega CR}}$$

Bei der Grenzfrequenz hat der Nenner den Betrag $\sqrt{2}$ und es gilt:

$$\left[1 - \frac{1}{(\omega CR)^2}\right]^2 + \left[\frac{3}{\omega CR}\right]^2 = 2$$

Diese biquadratische Gleichung lässt sich mit der Substitution $x = 1/(\omega\,CR)^2$ in eine quadratische Gleichung umformen:

$$x^2 + 7\,x - 1 = 0$$

Mit der positiven Lösung $x = 0{,}14$ (die negative Lösung ist unbrauchbar) berechnen wir die Grenz-Kreisfrequenz:

$$\omega_g = \frac{2{,}67}{CR}$$

Für die zugehörige Grenzfrequenz gilt:

$$f_g = \frac{0{,}425}{CR}$$